

УДК 62-82(075)

Цыганаш В. Е.

**МОДЕЛЬ ДЛЯ МОЩНОГО ЭНЕРГОПОТРЕБИТЕЛЯ НА ОСНОВЕ  
ВАРИАЦИОННЫХ ПРИНЦИПОВ**

В настоящее время в качестве мощных энергопотребителей металлургии и машиностроения широко используются электротермические установки, теплоэлектроцентрали, паровые насосы, электроприводы, гидроприводы и другие преобразователи энергии. Такое разнообразие приводит к тому, что для разработки их моделей применение фундаментальных законов к этим объектам, рассматриваемым как единое целое, становится невозможным. При решении этой задачи вариационные принципы оказываются фактически единственным методом построения модели, но и они имеют целый ряд недостатков, связанных с непосредственной технической реализацией и интерпретацией получаемых закономерностей применительно к конкретным системам. В свое время эту особенность вариационного исчисления отмечали Рэлей, Гельмгольц и другие исследователи [1].

Вместе с тем они имеют и ряд привлекательных черт, таких как универсальность, возможность исследования систем с различными видами связей, строго формализованные последовательные процедуры, не зависящие от деталей конкретной системы, единообразие (ковариантность) в получении относительно простого математического описания процессов в такой сложной системе как энергопреобразователь, возможность исследования объекта в различных системах координат [2, 3].

Этому способствует то, что характеристики рассматриваемых объектов носят унимодальный (одновершинный) характер распределения мощности. А это позволяет представлять их моделями в форме экстремального принципа. Не менее важным представляется и то, что это открывает перспективу применения в таких моделях вариационного принципа взаимности, облегчающего анализ сложных силовых цепей энергопотребителей и позволяющего отделять оптимальный режим энергопотребителя от других режимов его работы. Это связано с тем, что только при оптимальном режиме в нагрузку поступает максимальная мощность при фиксированном значении мощности, отбираемой из сети, ровно, как и при фиксированной потребляемой мощности из сети отбирается минимальная мощность. Для анализа процессов при такой двойственной оптимизации очень удобно использовать различные системы координат. Чтобы воспользоваться этими достоинствами принципа взаимности его можно взять за основу и представить разработку в виде модельного ряда «реальная задача (энергопотребитель) – метамодель – макромодель – микромодел – решение задачи». Ключевым звеном в этой последовательности является макромодель, которая может объединить в единой системе уравнений, как самую общую характеристику ряда перечисленных объектов, так и критерий оптимального управления процессом. В качестве такого критерия наиболее подходит для этих целей коэффициент использования мощности источника питания  $K_n(t)$  [4].

$$K_n(t) = \frac{P_H(t) - P_{ПOT}(I) - \Delta P_p(t)}{P_H(t)} = \frac{P_H(t) - P_{ПOT}(I) - (U\Delta I + I\Delta U)}{P_H(t)} = 1 - \frac{P_{ПOT}(I)}{P_H(t)} - \frac{U\Delta I + I\Delta U}{P_H(t)}, \quad (1)$$

где  $P_H(t) = UI$  – мощность, которую может отдать источник питания в нагрузку;  $P_{ПOT}(I)$  – мощности потерь, зависящая от тока  $I$  силовой цепи;  $\Delta P_p(t)$  – неиспользованная мощность источника питания, возникающая в результате отклонения от оптимального режима по току на  $\Delta I$  и по напряжению на  $\Delta U$ ;  $U$  – напряжение на нагрузке;  $t$  – время.

Если через  $P_n(t)$  обозначить мощность, которая полностью преобразуется в полезную работу, то для оптимального режима в системе при правильном выборе  $P_n(t)$  и  $\Delta P_p(t) = 0$  будет выполняться  $P_n(t) = P_n(t)_{max}$ . Для выхода на этот режим и его поддержания в процессе работы энергопотребителя необходимо выполнение, по крайней мере, двух условий:

1) Чтобы фактическая мощность, отдаваемая источником питания в нагрузку, была близкой к максимальной.

2) Чтобы относительные отклонения мощности определялись именно от этого значения, т. е. относительно  $P_n(t)_{max}$ .

Более детальное рассмотрение показывает, что безразмерная форма частных критериев  $P_n(t)$ ,  $P_{nom}(I)$ ,  $\Delta P_p(t)$  в формуле (1) базируется на уравнении баланса мощностей и поэтому носит объективный характер.

Целью работы является разработка модели для мощных энергопотребителей металлургии и машиностроения на основе вариационных принципов.

Для формирования упрощенных аналитических основ модели рассматриваемого процесса большое значение имеют следующие законы равновесия.

1. Сумма потоковых переменных у каждой вершины графа модели (или в любом его сечении) равна нулю.

2. Сумма разностных переменных по любому замкнутому контуру графа модели равна нулю.

По аналогии с теорией электрических сетей эти законы называют обобщенными законами Кирхгофа и интерпретируют в зависимости от физической природы объекта в виде уравнений баланса токов и напряжений (силовые электрические цепи мощных энергопотребителей), расходов и баланса падения давления (пнеumoгидравлические цепи), тепловых потоков и разности температур (теплотехнические цепи) и др.[5].

Такая топологическая организация наиболее полно для электрических сетей была исследована Кроном, в которой он использовал «только ветви, но не полюса или плоскости над контурами» [6]. Эти разработки позволяют вести построение электрической цепи как универсальной модели, в которой в наиболее компактной и наглядной форме может быть отражена вся информация, необходимая для исследования сложной системы по частям.

Основываясь на этих разработках, выберем в качестве макромодели мощного энергопотребителя последовательный управляемый колебательный контур (КК) с добротностью  $Q \gg 1$  [7, 8]. Тогда резонансная кривая этой цепи и является, по существу, частотной характеристикой системы, определяющей её реакцию на внешние воздействия. В такой колебательной системе вынуждающей силой могут быть как электродвижущая сила (ЭДС), так и ток, воздействующие на систему извне. В реальных условиях это может быть регулирование мощности, отбираемой из сети посредством задания необходимого напряжения на источник питания (ИП) или регулирование тока силовой цепи воздействием на нагрузку (Н) энергопотребителя. Очевидно, что поведение силовой цепи во многом определяется способом подачи воздействия.

Рассмотрим два основных способа: подача вынуждающей ЭДС непосредственно в колебательный контур и подача воздействия путем изменения какого-либо параметра контура, например, сопротивления  $R$ , емкости  $C$  или индуктивности  $L$  при неизменных параметрах внешней ЭДС [9].

В первом способе управляемый генератор синусоидальной ЭДС  $u = U \sin \omega t$ , обладающий малым внутренним сопротивлением, включается последовательно с элементами контура  $R$ ,  $L$  и  $C$ . Для моделируемого объекта это, по существу, обычная цепь переменного тока, содержащая последовательно включенные сопротивления, индуктивность и емкость. Выражение для тока в контуре, учитывая в установившемся процессе наличие только вынужденных колебаний, имеет вид:

$$i = I \sin(\omega_1 t - \varphi).$$

Амплитудное значение тока согласно закону Ома равно:

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)^2}}.$$

Если воспользоваться «приведенной» резонансной кривой, ордината любой точки которой представляет собой отношение текущего значения тока к резонансному  $I_0$  или же – что для нас удобнее – квадрат этого отношения (равный отношению энергий), то можно записать:

$$\frac{I^2}{I_0^2} = \frac{R^2}{R^2 + \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)^2}.$$

Последнее выражение, характеризующее нормированное значение мощности, можно преобразовать:

$$\frac{I^2}{I_0^2} = \frac{1}{1 + \frac{1}{R^2} + \left(\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega_1 C}\right)^2}$$

Учитывая, что  $\frac{1}{LC} = \omega_0^2$ ;  $\frac{1}{\omega_0^2 R^2 C^2} = Q^2$ , и обозначив  $\frac{\omega_1}{\omega_0} = \xi$ , получим уравнение приведенной резонансной кривой в следующем виде:

$$\frac{I^2}{I_0^2} = \frac{1}{1 + Q^2 \frac{\omega_0^2}{\omega_1^2} \left(\frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1\right)^2} = \frac{\xi^2}{\xi^2 + Q^2(\xi^2 - 1)^2}.$$

На рис. 1, а изображены две приведенные резонансные кривые последовательного контура.

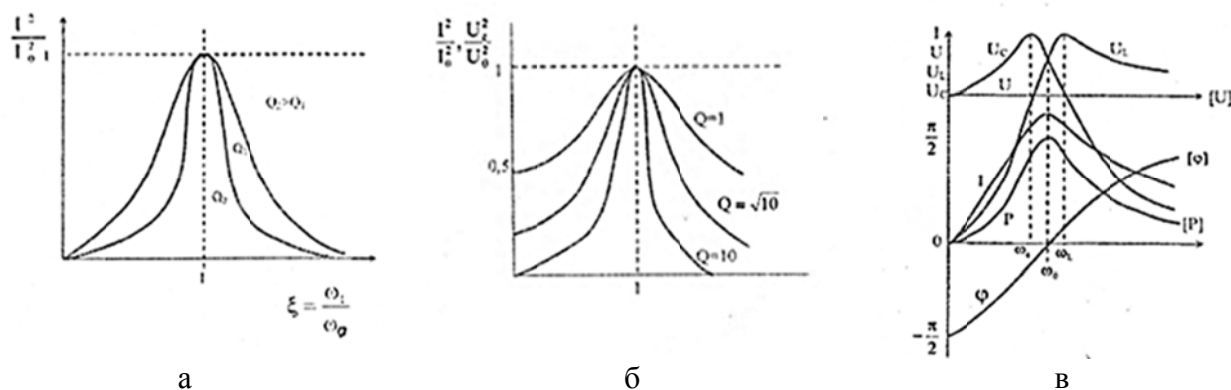


Рис. 1. Приведенные резонансные кривые последовательного контура:

а – первый способ подачи внешнего воздействия в КК; б – второй способ подачи внешнего воздействия в КК; в – характеристики КК

Отметив этот факт, обратимся к поведению напряжения на реактивных элементах контура. Выразим амплитуду напряжения на емкости  $U_c$ :

$$U_c = \frac{I}{\omega_1 C} = \frac{U}{\omega_1 C \sqrt{R^2 + \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)^2}}.$$

Взяв отношение  $U_c$  к вынуждающему напряжению, можно написать уравнение «резонансной кривой напряжения»:

$$\frac{U_c}{U_0} = \frac{1}{\sqrt{\omega_1^2 C^2 R^2 \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2} + (1 - \xi^2)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\xi^2}{Q^2} + (1 - \xi^2)^2}}.$$

Из полученной формулы видно, что при  $\omega_1 = \omega_0$  напряжение на конденсаторе контура в  $Q$  раз больше внешнего вынуждающего напряжения  $U_c = UQ$ . Аналогичным образом можно получить, что  $U_L = UQ$ . Напряжения, развиваемые на реактивных элементах контура, равны друг другу по величине, но противоположны по фазе. Здесь имеет место известный из электротехники случай «резонанса напряжений».

Характер «резонансных кривых напряжения» иллюстрируется рис. 1, в, на котором приведены эти кривые –  $U_c, U_L$ .

Сопоставим поведение напряжения на емкости с поведением тока, максимум которого во всех случаях получается при  $\xi = 1$ , т. е. при  $\omega_1 = \omega_0$ , для чего найдем уравнение приведенной резонансной кривой напряжения  $U_c$ . Возьмем для этого отношение квадрата текущей амплитуды напряжения на конденсаторе к квадрату резонансного напряжения

$$\frac{U_c^2}{U_{C0}^2} = \frac{1}{\xi^2 + Q^2(1 - \xi^2)^2}.$$

Отсюда видно, что при  $\xi = 1$  все приведенные кривые пройдут через точку (1,1) на плоскости  $(\frac{U_c^2}{U_{C0}^2}, \xi)$ . Если обратиться к поведению макромодели и объекта при втором

способе подачи внешнего воздействия на систему, когда  $\omega_1$  остается постоянной, а собственная частота контура  $\omega_0$  изменяется благодаря изменению одного из реактивных параметров, например емкости  $C$ , то можно получить:

$$\frac{I^2}{I_{рез}^2} = \frac{1}{1 + Q^2(1 - R)^2}, \quad (2)$$

где  $k = \xi^2 = \frac{\omega_1^2}{\omega_0^2}$ . Аналогично получается и для напряжений:

$$\frac{U_c^2}{U_{рез}^2} = R^2 \frac{1}{1 + Q^2(1 - R)^2}. \quad (3)$$

Из уравнений (2) и (3) видно, что приведенные кривые резонанса, как для напряжения, так и для тока, получаемые при изменении параметров контура, точно достигают максимума, равного единице, при  $k = \xi^2 = 1$ , т. е. при равенстве частот вынуждающей и собственной. Построенные по этим уравнениям кривые изображены на рис. 1, б.

Таким образом, даже упрощенный анализ модельных представлений без учета динамики процессов подтверждает перспективность дальнейших разработок в этом направлении при решении задачи оптимального управления мощным энергопотребителем. Особо важным здесь представляется то, что в резонансном режиме подтверждается действие принципа взаимности, так как в полученных отношениях уже не оставляется в тени физическая характеристика действующих в системе связей. Полученные результаты не только дают возможность выхода на теорему симметричной взаимности акселерационных связей Гельмгольца, но и могут характеризовать помимо разностных и потоковых переменных в уравнениях также и взаимные перетоки при обмене энергией между этими переменными, что очень важно

для полноты моделирования процессов, происходящих в мощных энергопотребителях. Но для этого необходим анализ процессов, протекающих не только во временной, а и в фазочастотной области.

Последнее преимущество является определяющим, так как позволяет заменять вектор одних переменных любыми однозначно с ними связанными другими переменными без изменения формулировки экстремального принципа. При соответствующем выборе переменных это открывает перспективу эквивалентного перехода из временной области в фазочастотную область.

Инвариантность принципа к системе координат позволяет вести анализ процесса энергопреобразования в относительной системе отсчета. За начало отсчета при этом удобно выбирать точку, координаты которой в абсолютной системе отсчета (1.1) (рис. 1). Перспективность такого выбора обусловлена:

во – первых, тем, что эта точка соответствует режиму устойчивого динамического равновесия системы;

во – вторых, эта точка находится на оптимальной траектории процесса энергопреобразования;

в – третьих, поскольку это состояние равновесия процесса энергопреобразования, то в этой точке среднее значение потенциальной энергии системы минимально;

в – четвертых, благодаря приведенному дифференциальному уравнению «в квадратах», связывающему внешние фазовые переменные двух типов (напряжение и ток) с внутренними переменными управляемого колебательного контура (добротность и частота), осуществляется переход к нормированным безразмерным значениям мощности, распределенной в фазочастотной области;

в – пятых, этот переход сигналов из временной области в фазочастотную, сопровождается сохранением равенства, в котором одна часть характеризует управляемую (силовую) подсистему, а вторая – управляющую (информационную) подсистему;

в – шестых, представление системы в форме управляющей и управляемой частей на основе единого равенства упрощает разработку системы оптимального управления процессом в целом;

в – седьмых, такое сочетание факторов и реализация их взаимодействия в управляемом колебательном контуре высокой добротности открывают возможность отделять скрытые (по Гельмгольцу) движения от явных движений в системе;

в – восьмых, инвариантность принципа к системе координат придает универсальность моделям, значительно расширяя области их применения.

Если учесть, что управляемая (силовая) часть энергопотребителя содержит две взаимодействующие между собой подсистемы (ИП и Н), то оптимальный режим для системы в целом наступает при совпадении оптимальных режимов в ИП и Н одновременно. Это становится возможным при выполнении условий взаимности. В модели аналогом условия взаимности выступает уравнение (1), в котором  $\Delta P_p(t) = 0$ . Это равенство выполняется только в режиме установившегося динамического равновесия, при котором взаимное влияние ИП на Н и Н на ИП компенсируют друг друга.

Но хорошо вскрывая аналитические особенности и физическую сущность задачи, предоставляя ключевую составляющую в критерии оптимального управления, принцип взаимности (ПВ) не дает информации, как будет вести себя система в достигнутом состоянии равновесия. Трудности измерения переменных и их приращений делают проблематичным и его практическое использование при решении задачи. Причем это относится как к временной, так и в фазочастотной области представления ПВ.

В этой ситуации хорошо связывает вариационные принципы с практическим решением задачи принцип наименьшего действия (ПНД), благодаря которому отчетливо определяется ход физических процессов в пространстве и времени, хотя зачастую при этом оставляются в тени конкретные физические характеристики действующих в системе связей. Однако в данном случае при выборе в качестве модели управляемого КК именно характеристики последнего позволяют вскрыть действующие в системе связи. Так, при достижении изобража-

ющей точкой окрестностей координат (1,1) (рис. 1, в) включается механизм поддержания процесса в этом положении. Происходит это следующим образом. Допустим, изображающая точка попала в зону  $\omega_c - \omega_0$  (рис. 1, в). Для нее это положение является неустойчивым, так как она находится под воздействием разности  $U_C - U_L$  (в модели это разность сил) и эта разность не равна нулю и имеет фазу, смещающую ее в положение (1.1). Но достигнув равновесного состояния, в котором  $U_C - U_L = 0$ , процесс смещения изображающей точки не прекратится из-за инерционных свойств системы. Попав в зону  $\omega_0 - \omega_L$  (рис. 1, в) изображающая точка замедлит свое движение до полной остановки из-за смены фазировки на противоположную, а затем начнет и обратное движение в зону  $\omega_c - \omega_0$  и т. д.

Приведенная последовательность смещения изображающей точки позволяет вскрыть физическую сущность движений, происходящих в системе и роль вариационных принципов в этом процессе. Это становится возможным благодаря тому, что смещения происходят уже в единой системе уравнений, когда взаимодействуют сообще ПВ и ПНД, а результат этого взаимодействия зависит от формы и вида кривых, которые в свою очередь, зависят от вида и симметрии характеристик в зоне смещения изображающей точки.

### ВЫВОДЫ

1. Применяя обобщенные законы Кирхгофа, метод электромеханических аналогий и разработки Крона в области электрических сетей обоснован выбор электрической цепи как базовой макромоделей для различных типов энергопотребителей
2. Модель представляет всю информацию, необходимую для исследования сложной системы по частям, объединяя в единой системе уравнений принцип наименьшего действия, принцип взаимности и изопериметрические условия.
3. Промышленная проверка модели для управления процессом энергопреобразования на индукционных и дуговых сталеплавильных печах в условиях ПАО НКМЗ, ЭМСС и «Сибэлектростали» подтвердила эффективность комплексного использования вариационных принципов на этих объектах.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гельмгольц Г. О физическом значении принципа наименьшего действия / Г. О. Гельмгольц // Вариационные принципы механики. – М. : Физматгиз, 1959. – С. 430–459.
2. Самарский А. А. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры / А. А. Самарский, А. П. Михайлов. – 2-е изд., испр. – М. : Физматлит, 2001. – 320 с.
3. Лисиенко В. Г. Совершенствование и повышение эффективности энерготехнологий и производств (интегрированный энерго-экологический анализ: теория и практика): В 2-х томах / В. Г. Лисиенко – М. : Тепло-техник, 2010. т.1. – 688 с.
4. Цыганаиш В. Е. Разработка и обоснование критерия оптимального управления для мощного энергопотребителя. / В. Е. Цыганаиш // Вісник Донбаської державної машинобудівної академії: збірник наукових праць. – Краматорськ : ДДМА, 2010. – № 2 (19). – С. 286–290.
5. Арайс Е. А. Моделирование неоднородных цепей и систем на ЭВМ / Е. А. Арайс, В. М. Дмитриев. – М. : Радио и связь, 1982. – 160 с.
6. Крон Г. Тензорный анализ сетей / Г. Крон; пер. с англ. – М. : Сов. радио, 1978. – 720 с.
7. Цыганаиш В. Е. Анализ модели силовой электрической цепи мощной электротехнической установки / В. Е. Цыганаиш // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: Обчислювальна техніка та автоматизація. Вип. 58 – Донецьк : ДонНТУ, 2003. – С. 130–135.
8. Цыганаиш В. Е. Частотный метод оптимального управления мощными энергопотребителями / В. Е. Цыганаиш // Металлург. и горноруд. пром-сть. – 2009. – № 2. – С. 120–123.
9. Калинин В. И. Введение в радиофизику / В. И. Калинин, Г. М. Герштейн. – М. : Госиздат. техн.-теор. лит., 1957. – 660 с.